UNIVERSITÉ VERSAILLES ST-QUENTIN **2007**

Cursus Renforcé

Feuille 3.

Exercice 1 : Résoudre l'équation différentielle :

$$y' = x(y^2 - y)$$

Exercice 2 : Résoudre l'équation différentielle :

$$xy' = 2y + x$$

et dessiner l'allure des courbes intégrales. Trouver toutes les solutions de cette équation qui s'annulent en $x = 1$. Existe-t-il des solutions définies sur $\mathbb{R}$?

Exercice 3 : On considère l'équation différentielle :

$$x(1+x)y' + (1+x)y = 1\,. \tag{1}$$

Trouver les solutions de (1) dans chacun des intervalles $]-\infty, -1[$, $]-1, 0[$, $]0, +\infty[$. Existe-t-il des solutions définies sur $\mathbb{R}$, sur $]-1, +\infty[$?

Exercice 4 : Intégrer les équations différentielles suivantes

$$\begin{aligned} y' - xy &= x \\ y' - y\tan x + \cos^2 x &= 0 \\ x^2 y' + y &= x^2 \exp(\frac{1}{x})\,. \end{aligned}$$

Exercice 5 : Déterminer la solution des équations différentielles suivantes :

$$\begin{aligned} y'' - 4y' + 3y = x^2 - x \quad &, \quad y(0) = \frac{14}{27} \text{ et } y'(0) = \frac{2}{3} \\ 4y'' + 3y' = x - 1 \quad &, \quad y(0) = 2 \text{ et } y'(0) = -\frac{16}{9} \\ y'' - \frac{3}{2}y' + \frac{3}{4}y = e^{\frac{3x}{4}} \quad &, \quad y(0) = 0 \text{ et } y'(0) = 0 \\ y'' - 3y' + 2y = x + xe^x \quad &, \quad y(0) = \frac{3}{4} \text{ et } y'(0) = 1 \\ y'' - 2y' + 5y = 2e^x \sin(2x) + \cos x \quad &, \quad y(0) = 1 \text{ et } y'(0) = \frac{6}{5}\,. \end{aligned}$$

Exercice 6 : Résoudre les équations différentielles suivantes :

$$\begin{aligned} y'' + 4y' + 4y &= \frac{e^{-2x}}{x^2} \\ (1-x)y'' + xy' - y &= 2 - 2x + x^2 \,. \end{aligned}$$