

Cursus Renforcé Mathématiques

DS1 9mars

Exercice 1 : Calculer

$$I_1 = \int_0^1 x e^{-x^2} dx, \quad I_2 = \int_{-1}^1 \frac{dx}{4-x^2}, \quad I_3 = \int_1^3 x \ln x dx, \quad I_4 = \int_0^1 \frac{1}{4x^2 - 4x + 5} dx.$$

Exercice 2 :

1. Donner la nature des intégrales impropres suivantes

$$\int_0^1 \frac{\sin x}{x^{3/2}} dx, \quad \int_0^1 \frac{1-e^{-x}}{x} dx, \quad \int_1^\infty \frac{1-e^{-x}}{x} dx, \quad \int_0^\infty \frac{e^{-x} - e^{-2x}}{x} dx.$$

2. Discuter suivant les valeurs du paramètre $\alpha \in \mathbb{R}$ la nature de l'intégrale

$$\int_0^\infty \frac{x^\alpha}{1+x^2} dx.$$

Exercice 3 : Donner la nature des séries dont les termes généraux suivent

$$u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}, \quad u_n = \frac{n!2^n}{n^n}, \quad u_n = \frac{n^n}{n!2^n}, \quad u_n = 1 - \cos \frac{\pi}{n}, \quad u_n = \left(\ln \left(1 + \frac{1}{\sqrt{n}} \right) \right)^2.$$

Exercice 4 : Trouver la limite de la suite

$$w_n = \frac{n}{n^2+1} + \frac{n}{n^2+4} + \cdots + \frac{n}{n^2+k^2} + \cdots + \frac{n}{n^2+n^2}.$$